ECOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES
ECOLE CENTRALE DE LYON

ECOLE SUPERIEURE D'ELECTRICITE
ECOLE SUPERIEURE D'OPTIQUE ×67×

Concours d'Admission 1977

(Deux pages dactylographiées)

SUJET OPTION M

MATHEMATIQUES II

Un espace affine euclidien E_1 est muni d'un repère r_1, d'origine O_1 et de base orthonormée $b_1 = (\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$; les coordonnées dans ce repère seront notées : (x_1, y_1, z_1).

Un espace affine euclidien E, mobile par rapport à E_1, est muni d'un repère r, d'origine O et de base orthonormée $b = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de même sens que b_1 ; les coordonnées dans ce repère seront notées : (x, y, z).

On pose : $\overrightarrow{O_1O} = u\,\vec{i}_1 + v\,\vec{j}_1 + w\,\vec{k}_1$, u, v, w étant des fonctions dérivables du temps t, qui décrit $\mathbb{R}_+$. On désigne par C la trajectoire de O.

On note à l'instant t :

T_1 le torseur de distribution des vitesses des points de E dans son mouvement par rapport à E_1 ;

$\vec{\Omega}_1$ le vecteur rotation instantanée de T_1 ;

D_1 l'axe central de T_1 ;

$h\vec{n}_1$ le vecteur vitesse des points de D_1 ;

S_1 (resp. S) la surface engendrée par D_1 relativement à E_1 (resp. à E) quand t décrit $\mathbb{R}_+$.

On suppose qu'à tout instant O appartient à D_1 et que $\vec{\Omega}_1 = \vec{k}_1 + \vec{i}$.

On suppose enfin que h est une fonction positive et dérivable de t.

1-1 Déterminer les composantes de $\vec{i}$ dans b_1 sachant qu'à l'instant $t = 0$: $\vec{i} = \vec{i}_1$.

1-2 Déterminer les composantes de $\vec{j}$ dans b_1 sachant qu'à l'instant $t = 0$: $\vec{j} = \vec{k}_1$.

On pourra, par exemple, montrer que $\vec{j}$ appartient au plan déterminé par $\vec{k}_1$ et $\vec{u} = \vec{k}_1 \wedge \vec{i}$, poser $\vec{j} = \vec{u}\cos\theta + \vec{k}_1\sin\theta$ et déterminer θ, fonction dérivable de t.

Ecrire la matrice de passage de b_1 à b.

2-1 Lorsque O est fixe par rapport à E_1, caractériser S_1 et S.

2-2 Dans tout ce qui suit, On suppose que, quel que soit t, h est strictement positif.

Quel est le rôle de D_1 relativement à C ?

Déterminer le trièdre de Frenet, la courbure et la torsion de C en O en fonction de t et de h, C étant orientée dans le sens des t croissants.

2-3 Caractériser la surface S.

2-4 Que peut-on dire des plans tangents à S_1, à l'instant t, aux différents points de D_1 distincts de O ? Quel est le rôle , à l'instant t, du plan osculateur en O à C pour la surface S_1 ?

3 - On considère un point A, variable sur D_1 :

$$\overrightarrow{O_1A} = \overrightarrow{O_1O} + f\,\overrightarrow{\Omega_1} ,$$

f étant une fonction de t, non nulle et dérivable.

A un solide Σ, mobile par rapport à E_1 et par rapport à E, est associé un repère R

.../...

d'origine A et de base orthonormée $B = (\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ de même sens que b_1, avec : $\vec{I} = \frac{\vec{\Omega}_1}{\|\vec{\Omega}_1\|}$ et $\vec{J}$ normal en A à S et tel que $\vec{k}_1 . \vec{J} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Les coordonnées dans ce repère seront notées (X, Y, Z).

3-1 On considère le mouvement de Σ par rapport à E_1 ; déterminer le vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}_2$ et l'axe central D_2 du torseur T_2 de distribution des vitesses des points de Σ dans ce mouvement, à l'instant t.

A quelle condition nécessaire et suffisante, liant h et f', les droites D_1 et D_2 sont-elles concourantes ? Quel est alors leur point commun ? Que peut-on dire alors de T_2 et de la position de D_2 relativement à Σ ?

3-2 On considère le mouvement de Σ par rapport à E : déterminer le vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}_3$ et l'axe central D_3 du torseur T_3 de distribution des vitesses des points de Σ dans ce mouvement à l'instant t.

Quelle condition nécessaire et suffisante f doit-elle vérifier pour que D_1 et D_3 soient concourantes ? Quel est alors leur point commun ? Que peut-on dire alors de T_3 et de D_3 ?

3-3 Vérifier le théorème de "composition des vitesses" d'un point quelconque M de Σ.

3-4 On suppose que D_1 et D_2 sont concourantes et que h est une constante non nulle ; que peut-on dire alors de C et de la trajectoire de A ?

oooooooooo

oooooo

oo

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail